

文章编号: 1000-7598-(2005) 07-1099-05

岩盐溶腔顶板稳定性突变理论分析

姜德义¹, 任 松¹, 刘新荣^{1, 2}, 刘保县³

(1. 重庆大学 西南资源开发及环境灾害控制工程教育部重点实验室, 重庆 400044; 2. 重庆大学 土木工程学院, 重庆 400045;
3. 西华大学 建筑工程学院, 成都 610039)

摘 要: 采用固支大变形圆板突变模型研究了单井溶腔顶板的稳定性, 得出了溶腔顶板岩层失稳的必要条件; 并考虑了自重侧压力及水平构造应力的综合作用, 用平直梁尖点突变模型研究了连通井顶板的失稳突跳, 得出了连通井顶板失稳的充要条件。为溶腔稳定性控制和溶腔用于战略石油和天然气的储备打下理论基础。

关 键 词: 岩盐溶腔; 顶板稳定; 突变分析

中图分类号: TU 457

文献标识码: A

Stability analysis of rock salt cavern with catastrophe theory

JIANG De-yi¹, REN Song¹, LIU Xin-rong^{1,2}, LIU Bao-xian³

(1. Key Laboratory for the Exploitation of Southwestern Resources & the Environmental Disaster Control Engineering, Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400044, China; 2. College of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, China;
3. College of Civil Engineering, Xihua University, Chengdu 610039, China)

Abstract: The stability of single cavern roof is studied with cusp catastrophe model of large deformation circular plate with fixed supports. The necessary conditions of instability are deduced. Considering the level stress contributed under the weight of strata and geological construction, the cusp catastrophe of connected well roof is analyzed with cusp catastrophe model of beam model. The sufficient and necessary condition of instability is deduced, which is the theoretical base of the cavern's stability controlling and national strategic oil storage in the cavern.

Key words: rock salt cavern; stability of cavern roof; catastrophe analysis

1 引 言

我国目前已成为石油进口大国, 2000 年石油进口量为 7×10^7 t, 2001 年达到 7.8×10^7 t^[1], 2003 年 9.112×10^7 t^[2]。随着我国对进口石油依存度的不断提高, 面临的国际风险将逐渐加大, 因此, 建立战略石油储备, 确保石油安全, 已成为我国的当务之急。

岩盐水溶开采后形成巨大溶腔, 如果能够控制其稳定性, 毫无疑问, 这种溶腔将是一种优良的战略石油、天然气储备场所。如今世界发达国家都相继建立了自己的战略石油储备, 而美国战略石油储备就主要存放在盐丘中(溶腔)^[3]。本文采用突变理论研究岩盐单井溶腔顶板、连通井顶板稳定性, 以深入了解顶板岩体运动过程和失稳的发展过程,

为溶腔稳定性控制和溶腔用于石油战略储备的可行性打下理论基础。

2 单井溶腔顶板大变形失稳突变分析

岩盐溶腔由于常处于较大埋深(600~1 000 m)、顶板岩层自身强度低、变形模量小、且有高的地应力作用, 故表现出非线性和大变形特征。又因溶腔多呈倒锥形, 所以本文把溶腔顶板简化为周边固支的圆板, 半径为 r_0 , 厚度为 t , 且在上面作用有顶板岩层自重及上覆岩层的作用力 q , p 为溶腔内液体的压力, 如图 1 所示。

本模型的边界条件为

$$\left. \begin{aligned} (u_r)_{r=r_0} = 0, (\omega)_{r=r_0} = 0, \left(\frac{d\omega}{dr}\right)_{r=r_0} = 0 \\ (u_r)_{r=0} = 0, \left(\frac{d\omega}{dr}\right)_{r=0} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

收稿日期: 2005-02-28

修改稿收到日期: 2005-04-30

基金项目: 国家自然科学基金重点资助项目(No.50334060), 国家自然科学基金青年基金资助项目(No. 50104013)。

作者简介: 姜德义, 男, 1962 年, 教授, 博导, 主要从事岩土工程力学方面的教学、科研工作。E-mail: deyi@cqqu.edu.cn

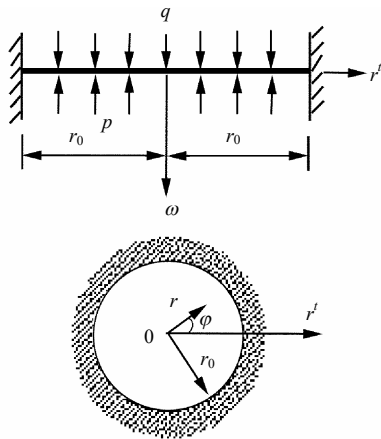


图 1 简化力学模型

Fig.1 Simplified mechanical model

式中 u_r 为径向位移; ω 为挠度。

板的挠曲方程为

$$\omega = \frac{q-p}{64D} (r_0^2 - r^2) \quad (2)$$

式中 D 为板的抗挠刚度。

令 $\omega_m = \frac{q-p}{64D}$, (ω_m 为板中心的最大挠度) 则

$$\omega = \omega_m (r_0^2 - r^2) \quad (3)$$

根据边界条件式 (1), 可将径向位移 u_r 用级数形式表示为如下:

$$u_r = (1 - \frac{r}{r_0}) \frac{r}{r_0} (A_0 + A_1 \frac{r}{r_0} + A_2 \frac{r^2}{r_0^2} + \dots) \quad (4)$$

取前两项近似为

$$u_r = (1 - \frac{r}{r_0}) \frac{r}{r_0} (A_0 + A_1 \frac{r}{r_0}) \quad (5)$$

由弹性力学的变分法, 可得

$$A_0 = a_1 \frac{\omega_m^2}{r_0}, \quad A_1 = -a_2 \frac{\omega_m^2}{r_0} \quad (6)$$

式中 a_1, a_2 均为常数。

把式 (6) 代入式 (5), 得

$$u_r = (1 - \frac{r}{r_0}) \frac{r}{r_0} (a_1 \frac{\omega_m^2}{r_0} - a_2 \frac{\omega_m^2}{r_0} \frac{r}{r_0}) \quad (7)$$

顶板岩层系统的势能 Π 可表示为

$$\Pi = U - W \quad (8)$$

式中 U 为岩层的变形势能; W 为外力所做的功。

因本模型为大变形板模型, 岩层的变形势能应该包括岩层弯曲形变的势能及相应于中面应变的势能, 所以

$$\begin{aligned} U = & \pi D \int_0^{r_0} \left(r \left(\frac{d^2 \omega}{dr^2} \right)^2 + \frac{1}{r} \left(\frac{d\omega}{dr} \right)^2 \right) dr + \\ & \frac{\pi E t}{1 - \mu^2} \int_0^{r_0} \left[\left(\frac{du_r}{dr} + \frac{1}{2} \left(\frac{d\omega}{dr} \right)^2 \right)^2 + \frac{u_r^2}{r^2} + 2\mu \frac{u_r}{r} \right. \\ & \left. \left(\frac{du_r}{dr} + \frac{1}{2} \left(\frac{d\omega}{dr} \right)^2 \right) \right] r dr = \frac{32\pi D}{3r_0^2} \omega_m^2 + a_3 \frac{\pi E t}{(1 - \mu^2)r_0^2} \omega_m^4 \end{aligned} \quad (9)$$

式中 μ 为顶板岩层的泊松比; E 为顶板岩层的弹性模量; a_3 为常数。

外力功 W 应包括: 顶板岩层自重和上覆岩层的作用力 q 和水压力 p 在轴向和径向所做的功。则

$$\begin{aligned} W = & \iint (q - p) \omega r d\theta dr + \iint (q - p) u_r r d\theta d\omega = \\ & \frac{1}{3} \pi (q - p) r_0^2 \omega_m - a_4 \pi (q - p) \omega_m^3 \end{aligned} \quad (10)$$

式中 a_4 为常数。

把式 (9)、式 (10) 代入式 (8) 得溶腔顶板岩层系统的势函数 Π 为

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{32\pi D}{3r_0^2} \omega_m^2 + a_3 \frac{\pi E t}{(1 - \mu^2)r_0^2} \omega_m^4 - \\ & \frac{1}{3} \pi (q - p) r_0^2 \omega_m + a_4 (q - p) \pi \omega_m^3 \end{aligned} \quad (11)$$

令

$$\left. \begin{aligned} g_0 &= 0 \\ g_1 &= -\frac{1}{3} \pi (q - p) r_0^2 \\ g_2 &= \frac{32\pi D}{3r_0^2} \\ g_3 &= a_4 \pi (q - p) \\ g_4 &= a_3 \frac{\pi E t}{(1 - \mu^2)r_0^2} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\text{则 } \Pi = g_4 \omega_m^4 + g_3 \omega_m^3 + g_2 \omega_m^2 + g_1 \omega_m + g_0 \quad (13)$$

$$\text{令 } x = \omega_m - B, \quad B = \frac{g_3}{4g_4} \quad (14)$$

且设

$$\left. \begin{aligned} h_0 &= B^4 g_4 - B^3 g_3 + B^2 g_2 - B g_1 + g_0 \\ h_1 &= -4B^3 g_4 + 3B^2 g_3 - 2B g_2 + g_1 \\ h_2 &= 6B^2 g_4 - 3B g_3 + g_2 \\ h_4 &= g_4 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$\text{则 } \Pi = h_4 x^4 + h_2 x^2 + h_1 x + h_0 \quad (16)$$

$$\text{令 } \bar{\Pi} = \frac{\Pi}{4h_4}, u = \frac{h_2}{2h_4}, v = \frac{h_1}{4h_4}, c = \frac{h_0}{4h_4} \quad (17)$$

则有

$$\bar{\Pi} = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}ux^2 + vx + c \quad (18)$$

本系统的平衡曲面的方程为^[4]

$$\bar{\Pi}' = x^3 + ux + v = 0 \quad (19)$$

分枝点集所满足的方程为

$$4u^3 + 27v^2 = 0 \quad (20)$$

所以, 本系统失稳的必要条件为

$$u \leq 0 \quad (21)$$

即

$$3B^2 \geq \frac{t^2}{9a_3} \quad (22)$$

$$3 \left(\frac{a_4(q-p)(1-\mu^2)r_0^2}{4a_3Et} \right)^2 \geq \frac{t^2}{9a_3} \quad (23)$$

此即为溶腔顶板岩层失稳的必要条件。所以当顶板岩层厚度越薄、弹性模量越小、顶板跨距和 $(q-p)$ 越大, 越容易引起溶腔顶板岩层失稳。

3 连通井溶腔顶板失稳临界突变分析

3.1 连通井溶腔顶板力学模型

已有研究表明, 许多连通井组溶腔暴露顶板近似为矩形, 其长度远大于宽度, 可简化为梁, 如图2所示。

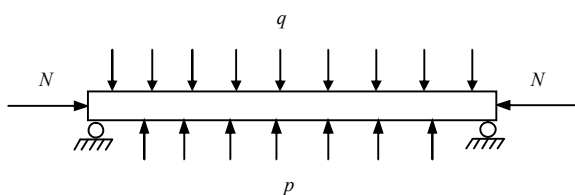


图2 简化力学模型

Fig.2 Simplified Mechanical Model

溶腔顶板部分长为 L , 水平宽度取单位长度, 平均厚度为 h , $L \gg h$, 岩体弹性模量为 E , 顶板岩层自重及其上覆岩层的力简化为均布力 q , 岩梁两端受自重侧压力及水平构造应力的综合作用力 N , 均布力 p 为溶腔内液体的支撑力。

梁的轴线挠曲线 f 可用傅氏级数展开:

$$f(s) = \sum_{n=1}^{\infty} Y_n \sin \frac{n\pi s}{L} = Y_1 \sin \frac{\pi s}{L} + Y_2 \sin \frac{2\pi s}{L} + Y_3 \sin \frac{3\pi s}{L} + \dots \quad (24)$$

在二级近似的条件下, $f(s)$ 可表示为

$$f(s) = Y \sin \frac{\pi s}{L} \quad (25)$$

式中 s 为弧长; $f(s)$ 为挠度; Y 为轴线中点的挠度。

梁结构的总势能应由弯曲应变能和载荷在相应位移上所作的功组成, 因此梁结构的势函数可写成:

$$V = U + W_1 + W_2 + W_3 \quad (26)$$

式中 U 为梁的应变能; W_1 为水平力 N 所做的功; W_2 为垂直力 q 所做的功; W_3 为液体支撑力 p 所做的功。

假设梁的变形服从平截面假设, 即应变分布应服从:

$$\varepsilon_x = \frac{H}{R} \quad (27)$$

式中 R 为中性线的曲率半径; H 为截面上的点距中性线的距离。

所以:

$$\sigma_x = E\varepsilon_x = E \frac{H}{R} \quad (28)$$

截面上的力矩为

$$M = \frac{E}{R} \int_0^h H^2 dH = \frac{EI}{R} \quad (29)$$

这里令

$$I = \int_0^h H^2 dH \quad (30)$$

式中 I 为梁的惯性矩。

则

$$\sigma_x = \frac{MH}{I} \quad (31)$$

所以, 梁的应变能为

$$U = \int_0^L \int_0^h \frac{1}{2E} \left(\frac{M}{I} \right)^2 H^2 dH dx \quad (32)$$

把式(29)代入式(32), 得

$$U = \frac{EI}{2} \int_0^L K^2(x) dx \quad (33)$$

式中 K 为梁的曲率。

$$K = \frac{d}{ds} \left(\arcsin \left(\frac{df}{ds} \right) \right) = \frac{d^2 f}{ds^2} \left[1 - \left(\frac{df}{ds} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (34)$$

将式(34)代入式(33), 得

$$U = \frac{EI}{2} \int_0^L \left(\frac{d^2 f}{ds^2} \right)^2 \left[1 - \left(\frac{df}{ds} \right)^2 \right]^{-1} ds \quad (35)$$

在水平力的作用下, 梁的水平方向上的缩短量为

$$\delta = L - \int_0^L \sqrt{(ds)^2 - (df)^2} = \int_0^L \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{df}{ds} \right)^2} \right] ds \quad (36)$$

所以, 水平力 N 所作的功为

$$W_1 = -N\delta = -N \int_0^L \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{df}{ds} \right)^2} \right] ds \quad (37)$$

垂直均布力 q 所作的功为

$$W_2 = \int_0^L qf(s)ds = \int_0^L qY \sin \frac{\pi s}{L} ds = \frac{2qYL}{\pi} \quad (38)$$

溶腔液体支承力 P 所作的功为

$$W_3 = -\int_0^L pf(s)ds = -\int_0^L pY \sin \frac{\pi s}{L} ds = \frac{-2pYL}{\pi} \quad (39)$$

将式(35)、式(37)~(39)代入式(26), 得到梁的势函数为

$$V = U + W_1 + W_2 + W_3 = \frac{EI}{2} \int_0^L \left(\frac{d^2 f}{ds^2} \right)^2 \left[1 - \left(\frac{df}{ds} \right)^2 \right]^{-1} ds - N \int_0^L \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{df}{ds} \right)^2} \right] ds + \frac{2YL}{\pi} (q - p) \quad (40)$$

3.2 连通井溶腔顶板失稳的尖点突变模型

对式(40)被积函数泰勒级数展开, 整理可得梁结构势函数的近似表达式为

$$V = \frac{EI\pi^6}{16L^5} Y^4 + \frac{\pi^2}{4L} \left(\frac{EI\pi^2}{L^2} - N \right) Y^2 + \frac{2YL}{\pi} (q - p) \quad (41)$$

设

$$\left. \begin{aligned} Y &= \frac{2L}{\pi} \sqrt{\frac{L}{EI\pi^2}} x \\ a &= \frac{L}{\pi} \sqrt{\frac{L}{EI}} \left(\frac{EI\pi^2}{L^2} - N \right) \\ b &= \frac{4L^2}{\pi^2} \sqrt{\frac{L}{EI\pi^2}} (q - p) \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

则式(41)可写为

$$V = x^4 + ax^2 + bx \quad (43)$$

所以, 平衡曲面 M 的方程为

$$V' = 4x^3 + 2ax + b = 0 \quad (44)$$

分歧点集所满足的方程为

$$8a^3 + 27b^2 = 0 \quad (45)$$

即

$$\Delta = 8 \left[\frac{L}{\pi} \sqrt{\frac{L}{EI}} \left(\frac{EI\pi^2}{L^2} - N \right) \right]^3 + 27 \left[\frac{4L^2}{\pi^2} \sqrt{\frac{L}{EI\pi^2}} (q - p) \right]^2 = 0 \quad (46)$$

讨论: (1) 如图 3 所示, A 点是系统稳定平衡的临界点, 满足方程 $\Delta = 0$, 即

$$\left. \begin{aligned} q &= p \\ N &= \frac{EI\pi^2}{L^2} \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

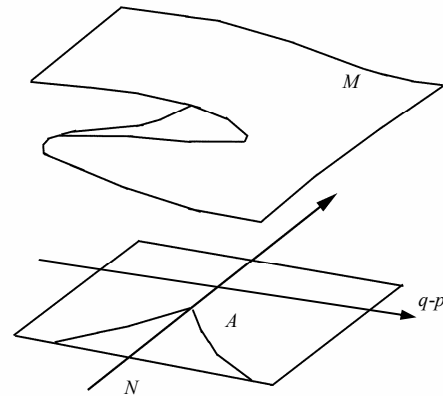


图 3 梁结构的突变模型

Fig.3 Cusp Model of Beam Structure

因为只有当 $a \leq 0$ 时才有跨越分歧集的可能, 故得系统发生突跳的必要条件为

$$a = \frac{L}{\pi} \sqrt{\frac{L}{EI}} \left(\frac{EI\pi^2}{L^2} - N \right) \leq 0 \quad (48)$$

即

$$N \geq \frac{EI\pi^2}{L^2} \quad (49)$$

所以顶板岩盐的弹性模量 E 越小, 溶腔顶板跨距 L 越大, 或者水平构造应力及自重侧压力越大, 系统就越容易发生突变, 导致顶板的失稳。

(2) 根据突变理论, 当控制点跨越分歧点时, 才会发生突变。此时有两种情况 $b > 0$ 或 $b < 0$ 。当 b

<0 时, 即 $q-p < 0$, 这种情况在现实条件中基本不存在, 所以只有 $b > 0$ 的情况存在, 则 $q-p > 0$, 即 $q > p$ 。

所以, 溶腔顶板失稳的充要条件为

$$\left. \begin{aligned} N &\geq \frac{EI\pi^2}{L^2} \\ q &> p \\ 8 \left[\frac{L}{\pi} \sqrt{\frac{L}{EI} \left(\frac{EI\pi^2}{L^2} - N \right)} \right]^3 + 27 \left[\frac{4L^2}{\pi^2} \sqrt{\frac{L}{EI\pi^2}} (q-p) \right]^2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

因此, 连通井溶腔顶板的稳定性, 不仅与顶板所受垂直力和水平力的联合作用有关, 而且与溶腔顶板跨距的增大及顶板系统的内部特征如顶板岩盐的弹性模量有密切的关系。水平应力越大、顶板岩层弹性模量越小、溶腔跨距越大, 越容易引起溶腔顶板突跳破坏。

4 结 论

本文采用突变理论研究了岩盐单井溶腔顶板、连通井顶板稳定性, 以深入了解顶板岩体运动过程和失稳的发展过程, 为溶腔稳定性控制和溶腔用于战略石油和天然气储备打下一定的理论基础。得到以下结论:

(1) 采用固支大变形圆板简化力学模型, 建立了单井溶腔顶板的失稳的突变模型, 得出了溶腔顶板岩层失稳的必要条件, 认为当顶板岩层厚度越薄、弹性模量越小、顶板跨距和 $(q-p)$ 越大, 越容易引起溶腔顶板岩层失稳。

(2) 采用平直梁简化力学模型, 考虑了自重侧压及水平构造应力的综合作用力, 研究了连通井顶板的失稳突跳, 得出了连通井顶板失稳的充要条件, 认为连通井溶腔顶板稳定性不仅与顶板所受垂直力和水平力的联合作用有关, 而且与溶腔顶板跨距的增大及顶板系统的内部特征如顶板岩层的弹性模量有密切的关系。水平应力越大、顶板岩层弹性模量越小、溶腔跨距越大, 越容易引起溶腔顶板突跳破坏。

参 考 文 献

- [1] 李文龙, 谭家华. 我国战略石油储备方式研究[J]. 中国海上油气(工程), 2002, 14(3): 9—14.
LI Wen-long, TAN Jia-hua. Study on the method of the strategic petroleum reserve in china[J]. **China Offshore Oil and Gas (Engineering)**, 2002, 14(3): 9—14.
- [2] 上海社科院《2004 中国国际地位报告》课题组. 论中国的石油安全问题[J]. 石油化工技术经济, 2004, (3): 7—11.
- [3] 潘家华. 国外原油战略储备现状及可吸取的经验[J]. 石油规划设计, 1996, (2): 1—2.
PAN Jia-hua. The status and the experience of the overseas strategic petroleum reserve[J]. **Petroleum Programming and Design**, 1996, (2): 1—2.
- [4] 何平, 赵子都. 突变理论及其应用[J]. 大连理工大学出版社, 1989.
- [5] 任松, 姜德义, 刘新荣, 等. 岩盐溶腔井组间矿柱稳定性突变理论分析[J]. 中国矿业, 2004, 13(1): 70—72.
REN Song, JIANG De-yi, LIU Xin-rong, et al. Analyze the stability of jamb between rock salt caverns with catastrophe theory[J]. **China Mining**, 2004, 13(1): 70—72.
- [6] 潘岳, 王志强. 岩体动力失稳的功、能增量——突变理论研究方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(9): 1 433—1 438.
PAN Yue, WANG Zhi-qiang. Research approach on increment of work and energy——catastrophe theory of rock dynamic destabilization[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2004, 23(9): 1 433—1 438.
- [7] 万玉金. 在盐层中建设储气库的形状控制机理[J]. 天然气工业, 2004, 24(9): 130—132.
WAN Yu-jin. The mechanism of controlling the shape of gas storeroom built in the rock salt[J]. **Natural Gas Industry**, 2004, 24(9): 130—132.